
TÉCNICAS DE MUESTREO I

Profesor: Ing. Celso Gonzales Ch. Mg.Sc
Email: cgonzales@lamolina.edu.pe

CONTENIDO

- **Introducción**
- **Estimador de razón**
- **Estimador de Regresión**
- **Estimador por diferencia.**

Objetivo

Comparar diversos estimadores de la varianza de una población finita en presencia de información auxiliar.

INTRODUCCION

- Mejora la exactitud de un estimador simple
- Aprovecha la información complementaria .
- La variable auxiliar X_i esta correlacionada con la variable Y_i

METODOS INDIRECTOS

ESTIMADOR
DE RAZON

ESTIMADOR
DE REGRESION

ESTIMADOR POR
DIFERENCIA

El error medio cuadrático (MSE) es la medida comúnmente usada para determinar la exactitud del estimador. Viene dada por:

$$ECM(\hat{Y}) = V(\hat{Y}) + [B(\hat{Y})]^2$$

ESTIMADOR DE RAZON

Sea la población: $\{(Y_i, X_i)/(X_1, Y_1), \dots, (X_N, Y_N)\}$

\bar{Y}	Y	S_Y	S_{XY}	R
\bar{X}	X	S_X		

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(N-1)S_X S_Y}$$

Con el fin de estimar a los parámetros se extrae una aleatoria simple de tamaño n : $\{(x_i, y_i)/(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$

Supuesto que: $Y \sim \beta X$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{\sum_{i=1}^N X_i}$$

ANALISIS DEL SESGO

- El sesgo del estimador de la razón es despreciable si:

$$cv(\bar{x}) < \frac{1}{10}$$

- La recta de regresión de la variable auxiliar X sobre la variable en estudio Y pasa por el origen de coordenadas, entonces:

$$E(\hat{R}) = R$$

¿Porqué utilizar la estimación de Razón?

- Estimar razón
- Estimar el total de una Población
- Aumentar la precisión
- Ajustar estimaciones

TEOREMA:

Si las variables (x_i, y_i) son medidas en cada unidad de una m.a.s de tamaño n , supuestamente grande,

$$ECM(\hat{R}) \cong V(\hat{R}) = \frac{1-f}{n\bar{X}^2} \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - RX_i)^2}{N-1}$$

La varianza estimada de:

$$ECM(\hat{R}) \cong v(\hat{R}) = \frac{1-f}{n\bar{X}^2} \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{R}x_i)^2}{n-1}$$

$$v(\hat{R}) = \frac{1-f}{n\bar{X}^2} (\hat{S}_Y^2 + \hat{R}^2 \hat{S}_X^2 - 2\hat{R}\hat{S}_{XY})$$

ESTIMACION DEL PROMEDIO Y TOTAL DE LA VARIABLE OBJETIVO.

Promedio:

$$\bar{y}_R = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \cdot \bar{X}$$

Varianza a partir de una muestra:

$$\hat{S}_{\bar{Y}_R}^2 = v(\bar{y}_R) = \frac{1-f}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{R}x_i)^2}{n-1}$$

Total poblacional objetivo

$$\hat{Y}_R = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \cdot X$$

Varianza a partir de una muestra:

$$v(\hat{Y}_R) = v(\hat{R}X) = X^2 \frac{1-f}{n\bar{X}^2} \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{R}x_i)^2}{n-1}$$

LIMITES DE CONFIANZA

Razón:

$$LC(R) = \hat{R} \pm t\hat{S}_R$$

Promedio:

$$LC(\bar{Y}_R) = \bar{y}_R \pm t\hat{S}_{\bar{Y}_R}$$

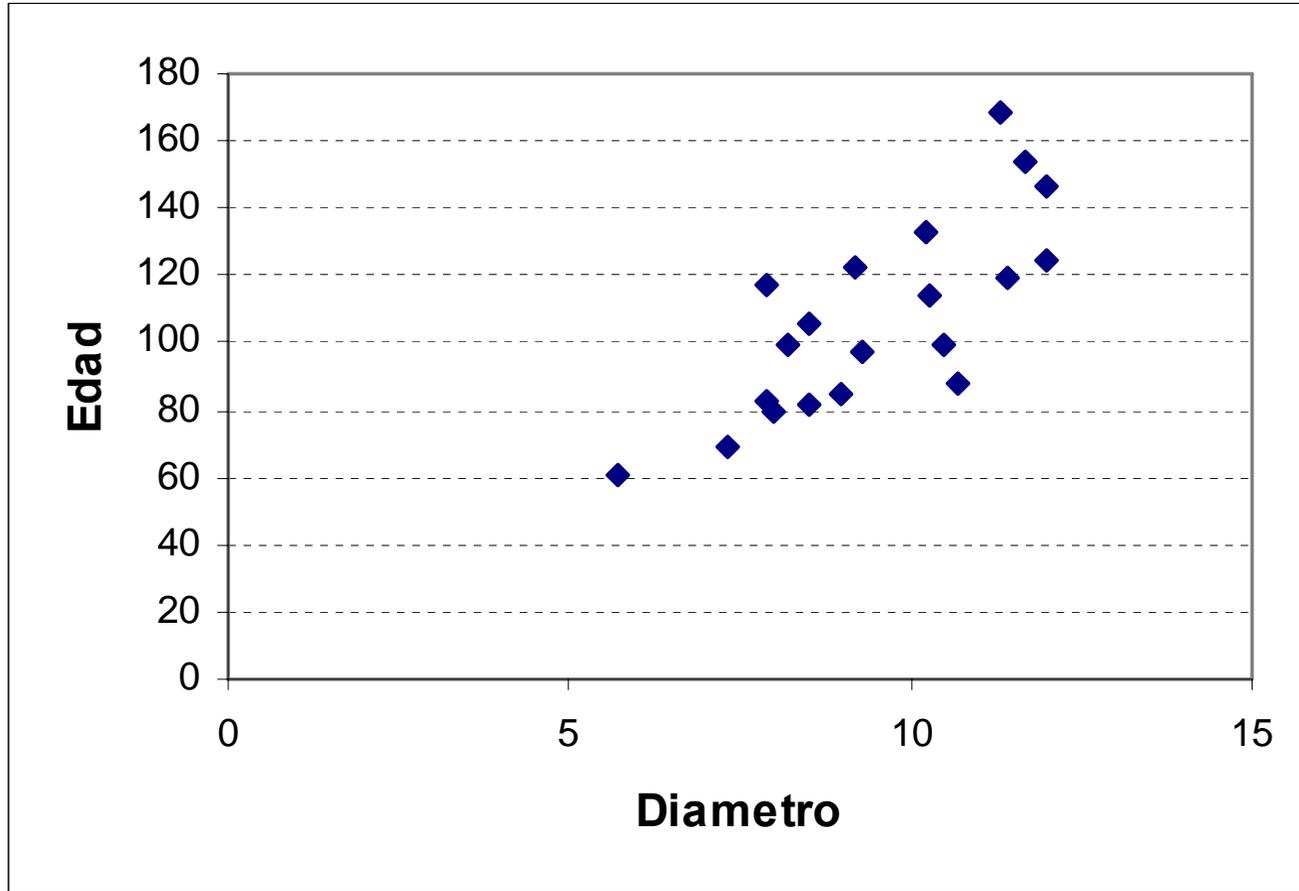
Total:

$$LC(Y_R) = \hat{Y}_R \pm t\hat{S}_{\hat{Y}_R}$$

EJEMPLO

Se quiere estimar la edad promedio de los árboles que pertenecen a cierto Lote. La determinación de la edad es complicada, hay que contar los anillos del árbol, mayor será el diámetro de los 1132 y determinan que la media de la población es igual a 10,3. Luego, se eligen al azar 20 árboles para medir su edad.

Árbol	Diámetro	Edad	Árbol	Diámetro	Edad
1	12	125	11	5,7	61
2	11,4	119	12	8	80
3	7,9	83	13	10,3	114
4	9	85	14	12	147
5	10,5	99	15	9,2	122
6	7,9	117	16	8,5	106
7	7,3	69	17	7	82
8	10,2	133	18	10,7	88
9	11,7	154	19	9,3	97
10	11,3	168	20	8,2	99



The regression equation is

$$\text{Edad} = - 3.1 + 11.8 \text{ Diametro}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-3.09	23.18	-0.13	0.895
Diametro	11.754	2.423	4.85	0.000

S = 19.38 R-Sq = 56.7% R-Sq(adj) = 54.3%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	8845.0	8845.0	23.54	0.000
Residual Error	18	6763.8	375.8		
Total	19	15608.8			

- A.** Se quiere estimar la edad promedio de la población de árboles que pertenecen al lote ¿qué tipo de estimación utilizaría simple o complementaria? ¿Qué método utilizaría? Justifique.
- B.** Halle e interprete un intervalo de confianza del 95 % para la media de la variable objetivo mediante el estimador de razón

COMPARACION DE LA ESTIMACION POR RAZON Y EL MUESTREO ALEATORIO SIMPLE

La estimación basada en la razón es más preciso que la estimación aleatoria simple si:

$$V(\hat{Y}_R) < V(\hat{Y}_{MAS})$$

si y solo si:

$$\rho = \frac{1}{2} \frac{S_x / X}{S_y / Y} \Leftrightarrow \rho = \frac{1}{2} \frac{CV_x}{CV_y}$$